

**Valoración de Opciones Reales no-replicables.
El caso de una opción de expansión**

Prof. Javier M. Ríos Valledepaz

Profesor de Finanzas e Ingeniería Económica

Decanato de Ciencias y Artes

Universidad Metropolitana, Caracas

jrios@unimet.edu.ve

+58 212 241 84 17

Prof. Dr. Alfonso A. Rojo Ramírez

Catedrático de Economía Financiera y Contabilidad

Director Dpto. Dirección y Gestión de Empresas

Universidad de Almería

arojo@ual.es

+34 950 01 55 13

Área Temática: Finanzas y Valoración (Valoración de Empresas)

**Palabras clave: *opciones reales, método Black-Scholes modificado
opciones no replicables, opción de expansión***

Valoración de Opciones Reales no-replicables.

El caso de una opción de expansión

Algunos de los métodos más conocidos de valoración de opciones asumen la posibilidad de construir una cartera de réplica con los mismos rendimientos que la opción financiera. La aplicación de estos métodos para valorar opciones reales no es apropiada sin la existencia de esta cartera. En este artículo, se revisan distintos enfoques de valoración de opciones reales y se estima el valor de una opción de expansión no replicable mediante una versión del modelo de Black -Scholes con una tasa de descuento ajustada por riesgo.

Valoración de Opciones Reales no-replicables.

El caso de una opción de expansión

1. Introducción

La valoración de opciones reales como la opción de diferir, expandir o abandonar un proyecto de inversión, puede ayudar a la gerencia de la empresa en la asignación de recursos de manera más eficiente incrementando el valor de los activos. Por ejemplo, un horizonte de tiempo más largo o mayor volatilidad del flujo de tesorería no se traducen necesariamente en pérdida de valor, ya que si existen opciones de abandonar o diferir la inversión, las pérdidas pueden limitarse, y si el escenario es favorable, el proyecto puede expandirse incrementando su valor.

Muchas empresas están empezando a considerar el enfoque de las opciones reales para mejorar su estrategia competitiva, especialmente las dedicadas a la explotación de recursos naturales, investigación y desarrollo y tecnologías avanzadas. De hecho, en este tipo de empresas los gerentes suelen valorar subjetivamente las opciones y se adaptan de manera natural al análisis de opciones reales si las técnicas utilizadas son accesibles (Miller y Park, 2002).

Los modelos más utilizados en la valoración de opciones son el método binomial (Cox et al., 1979) y los modelos multinomiales (Park y Herath, 2002) para opciones complejas de tipo americano y el método de Black-Scholes (1973) para opciones simples de tipo europeo. Para tipos de opciones más generales, se utilizan modelos en ecuaciones diferenciales estocásticas que permiten obtener soluciones aproximadas mediante Simulación Montecarlo.

Todos estos modelos están diseñados para valorar opciones financieras y se basan en dos supuestos básicos: que los activos subyacentes son transados en mercados eficientes y que la dinámica de su precios sigue un movimiento geométrico browniano, procesos estocásticos con reversión a la media o procesos de Poisson con saltos (Hull, 1998).

Sin embargo, las opciones reales son más complejas y los activos reales subyacentes, generalmente no pueden ser transados de manera eficiente. Además, la mayoría de estos métodos utilizan valoración neutral al riesgo, lo que implica la existencia de un activo gemelo en los mercados financieros perfectamente correlacionado que permita construir una cartera de réplica utilizada para cubrir el riesgo de la opción y utilizar una tasa descuento libre de riesgo. Esta última condición

rara vez se cumple para los activos reales. Recientemente se han desarrollado modelos que permiten resolver algunas de estas dificultades (Copeland y Antikarov, 2001).

Otra diferencia importante de las opciones reales y las opciones financieras es la determinación de la volatilidad de los retornos del activo subyacente que es un parámetro clave en todos los modelos de valoración. Mientras que en las opciones financieras la volatilidad puede calcularse a partir de los rendimientos históricos de los activos, esta información no existe en muchas de las opciones reales, además que la fuentes de incertidumbre pueden ser múltiples y dependientes del tiempo (Hull y White, 1998).

Por otro lado, variables fundamentales para la valoración de las opciones reales como el precio de ejercicio y la fecha de expiración pueden no estar bien definidas porque dependen del tiempo o de otras opciones relacionadas. También pueden existir 'dividendos' en forma de pagos o rentas que generan 'fugas' y dificultan la valoración de la opción real (Amram y Kulatilaka, 1999).

Todas estas dificultades en la valoración de las opciones reales se traducen en la necesidad de adaptar los modelos existentes de valoración de opciones financieras a las condiciones específicas de los activos reales o construir modelos *ad hoc* para casos particulares, en ausencia de un modelo general de valoración de opciones reales.

2. Distintos Enfoques en la Valoración de Opciones Reales

Existen distintos enfoques para valorar opciones reales pero en la mayoría de los casos, no están explícitas las suposiciones subyacentes del método ni las condiciones apropiadas para su aplicación. En muchos casos, estas aproximaciones difieren en aspectos fundamentales e incluso pueden ser contradictorias. En un trabajo reciente, Adam Borison (2003) describe y contrasta la aplicabilidad, las hipótesis y la mecánica del cálculo de los principales métodos de valoración de opciones reales.

El Método Clásico

En este método, el valor de las opciones estratégicas se compara con las alternativas en los mercados financieros. En ese sentido, esta aproximación es aplicable a las decisiones de inversión desde el punto de vista de los accionistas. En el principal trabajo sobre este enfoque, Amram y Kulatilaka (1999) estudian distintos tipos de inversiones, enfatizando que el enfoque de opciones reales solo es apropiado

cuando existe flexibilidad e incertidumbre, como en el caso de inversiones por etapas donde exista posibilidad de aprendizaje.

La hipótesis básica de este modelo consiste en la posibilidad de construir una cartera de activos financieros que replique los retornos de las opciones a valorar, lo que equivale a una valoración sin arbitraje. La otra suposición básica es que el precio del activo subyacente sigue un movimiento geométrico browniano, lo que implica que pueden utilizarse para el cálculo, los modelos clásicos como la fórmula de Black-Scholes.

Otros importantes autores como Trigeorgis (1996) o Copeland y Antikarov (2001) adoptan este modelo sin justificar la existencia de la cartera de réplica. Por el contrario, Brealey y Myers indican que los argumentos de no-arbitraje no pueden ser usados en la valoración de opciones reales, ya que, en general, los activos subyacentes no son transados libremente en los mercados. Este punto es reconocido por Amram y Kulatilaka, aceptando que el valor de las opciones reales puede ser menos preciso en la práctica que en la teoría.

La mecánica de valoración de opciones reales bajo este enfoque consiste en tres pasos: identificar la cartera de réplica y determinar su precio y volatilidad; cuantificar el tamaño de la inversión relativa a la cartera y aplicar un método de valoración de opciones financieras como Black-Scholes.

Valoración Subjetiva

Este método de basa en una estimación subjetiva de las variables y utiliza instrumentos estándar de valoración de opciones financieras aunque no hace mención explícita de la cartera de réplica. En tres artículos de Harvard Business Review, Luerhman (1998) presenta distintos tipos de inversiones que implican oportunidades futuras de inversión adicional y propone que deben ser valorados como opciones reales.

Las suposiciones básicas de este enfoque son esencialmente las mismas que en el método clásico, excepto que los datos no son observados en los mercados sino que se estiman subjetivamente. Por ejemplo, el valor del activo subyacente, se calcula descontando el flujo de caja neto en lugar de cuantificar el valor de la inversión en el mercado.

La metodología a seguir en este enfoque consiste en calcular el precio y la volatilidad de los activos subyacente sobre la base de estimaciones subjetivas y posteriormente se aplica un modelo de valoración de opciones financieras. Esta combinación de estimaciones subjetivas y valoración con instrumentos estándar que

implican la existencia de una cartera de réplica en los mercados financieros es la principal debilidad de este tipo de valoración.

El Método Clásico Revisado

Este método establece explícitamente que las suposiciones subyacentes a las opciones reales son restrictivas, en el sentido de que el método clásico solo debe ser aplicado cuando las inversiones están dominadas por precios de mercado o riesgo público, mientras que si el riesgo específico o privado es dominante, debe utilizarse programación dinámica o análisis de decisión. En el primer caso, el valor representa el valor incremental para el accionista y en el segundo el equivalente cierto basado en una función de utilidad. En la práctica, la tasa descuento utilizada puede introducir inexactitud en el cálculo.

Este punto de vista es adoptado por Dixit y Pindick (1995) que denominan *análisis de derechos contingentes* y más recientemente por Amram y Kulatilaka (2000). Este método requiere la suposición de que los cambios estocásticos en el valor del activo real deben estar perfectamente correlacionados con un portafolio dinámico de activos. Esto equivale a afirmar que el mercado es suficientemente completo para que las decisiones de la firma no afecten las oportunidades de los inversores.

Esta metodología involucra los siguientes pasos: determinar si la inversión está dominada por riesgo público o privado. En el primer caso, aplicar el modelo clásico y en el segundo, aplicar análisis de decisión, es decir, construir un árbol de decisión que represente las alternativas de inversión; asignar probabilidades subjetivas; calcular al final del árbol, el valor presente neto del flujo de caja con el coste medio ponderado de capital apropiado; y resolviendo el árbol hacia atrás determinar la estrategia óptima de inversión.

La principal dificultad para aplicar este método es que requiere la separación de las fuentes de riesgo privado y público y una vez separadas, en el primer caso, aparecen los problemas del modelo clásico y en el segundo, la calibración de las opiniones subjetivas de los expertos y la interpretación de los resultados en términos del valor de los accionistas.

El Enfoque Integrado

Esta aproximación consiste en una integración entre la valoración de opciones reales y el análisis de decisión y fue descrito primeramente por Smith y Nau (1995). Su origen procede de las ciencias gerenciales mas quede las finanzas y por lo tanto, reconoce la existencia de distintos agentes, entre ellos accionistas y gerentes.

Si los mercados son completos, las decisiones de inversión pueden hacerse sobre la base de la información de los mercados financieros sin considerar las preferencias al riesgo o las opiniones subjetivas de los distintos agentes. Si los mercados son incompletos, estas preferencias deben ser incorporadas. En la práctica, el método integrado toma como objetivo la maximización de los accionistas diversificados.

La idea básica del método integrado es utilizar los métodos de valoración de opciones cuando el riesgo puede ser cubierto en los mercados y el uso del análisis de decisión en caso contrario. La suposición básica es que los mercados son parcialmente completos, es decir, completo respecto al riesgo público. Smith y Nau desarrollan una metodología que consiste en un árbol de decisión ajustado por riesgo, en donde los riesgos públicos y privados son identificados explícitamente.

La mecánica de esta aproximación consiste en los siguientes pasos construir un árbol de decisión con las distintas alternativas; identificar el riesgo público y privado, asignando probabilidades subjetivas en el segundo caso y neutrales al riesgo en el primero; calcular el valor presente neto a la tasa libre de riesgo al final del árbol y resolviendo el árbol hacia atrás, determinar la estrategia óptima asociada a este valor.

El método MAD (Marketed Asset Disclaimer)

Los proponentes de esta aproximación arguyen que las mismas hipótesis que validan la aplicación del valor presente neto en las decisiones de inversión son suficientes para aplicar las opciones reales en las inversiones donde existe flexibilidad operativa. Según Trigeorgis(1996), las opciones reales amplían el concepto de valor presente neto para incluir otros factores que permiten una valoración más exacta de las inversiones corporativas

Por otro lado, Copeland y Antikarov (2001) afirman que el valor presente neto subvalora sistemáticamente las oportunidades de inversión y aseguran que las opciones reales sustituirán al valor presente neto como paradigma central en las decisiones de inversión. Toman el punto de vista del accionista como la métrica subyacente a las opciones reales y la creación de valor como objetivo de la empresa. Según estos autores, el valor presente neto de los flujos de caja de un proyecto de inversión sin flexibilidad es la mejor estimación insesgada de su valor del mercado y análogamente, el valor presente neto de la opción es a mejor estimación del valor de la opción en el mercado. Opiniones similares se encuentran en autores connotados como Brealey y Myers. También Copeland y Antikarov suponen que los precios de los activos siguen un movimiento geométrico browniano, lo que provee la justificación para el uso de retículos binomiales y caminos aleatorios para simular el valor de la opción.

Los pasos a seguir en este método son: construir un modelo del flujo de caja generado por el activo subyacente con estimaciones subjetivas y calcular el valor presente neto ajustado por riesgo con la beta del CAPM; estimar la volatilidad asociada a las variables del modelo y realizar una simulación Montecarlo; utilizar la distribución resultante para construir un retículo binomial y calcular el valor de la opción.

3. El modelo de Black-Scholes cuando la opción no es replicable

Algunos de los métodos más conocidos de valoración de opciones asumen la posibilidad de construir una cartera de réplica con los mismos rendimientos que la opción financiera. La aplicación de estos métodos para valorar opciones reales no es apropiada sin la existencia de esta cartera. Sin embargo, es posible adaptar estos métodos para valorar las opciones aún sin la existencia de la cartera de réplica (Fernández, 2001). Este autor demuestra que, en el caso de que la opción no sea replicable, su valor no puede calcularse sobre la base de arbitraje sin riesgo como se hace al aplicar la fórmula de Black-Scholes. Fernández (2001, Pág. 19) propone aplicar una fórmula modificada para determinar el valor de una opción de compra no replicable con una tasa de retorno esperada μ y una tasa de descuento ajustada por riesgo r_k

$$C = [S \exp(\mu t + \sigma^2 t/2) N(y_1) - K N(y_2)] \exp(-r_k t)$$

siendo $y_1 = [\ln(S/K) + (\mu + \sigma^2/2)t] / \sigma t^{1/2}$, $y_2 = y_1 - \sigma t^{1/2}$

Al igual que en el modelo clásico, las variables S , K , σ , t significan respectivamente, el valor del activo subyacente, el precio de ejercicio de la opción, la volatilidad de los retornos y el tiempo al vencimiento de la opción.

El primer término de la fórmula representa el valor presente de flujo de caja esperado si la opción se ejerce y el segundo es el valor actual de la inversión requerida para ejercer la opción. Si la tasa de descuento r_k es igual a la tasa libre de riesgo r y $\mu = r - \sigma^2/2$ entonces la fórmula coincide con la de Black-Scholes.

4. El caso de una Opción de Expansión

En la Universidad Metropolitana se plantea la posibilidad de ofrecer programas de cursos virtuales de extensión y postgrado. Dado que la Unimet es una universidad privada que depende exclusivamente de los ingresos que genera, es imprescindible determinar la factibilidad técnica y económica de este tipo de programas.

En ese sentido, se realizó un estudio de factibilidad del proyecto que incluye un estudio de mercado, un estudio técnico y un estudio económico financiero (Moreno y Da Silva, 2000). El análisis de la demanda demostró que existe un mercado potencial para los cursos virtuales con alto potencial de crecimiento en los próximos años. El estudio técnico muestra que, dada la infraestructura tecnológica existente en la Unimet, es relativamente sencillo crear una dirección que organice los estudios virtuales.

Por su parte, los resultados del estudio económico-financiero con horizonte de 5 años, revelan que se requieren importantes inversiones en los primeros años que se traducen en flujos de caja negativos los 3 primeros años y positivos en los dos siguientes (anexo 1):

Cuadro N° 1

Año	Flujo de Caja Neto (\$)
0	-603.705
1	-894.626
2	-382.148
3	432.818
4	1.564.712
5	2.304.215

El Valor Presente Neto del proyecto con una tasa de descuento de 15% fijada por la empresa es \$568.884 y la Tasa Interna de Retorno 26,2%. Estos indicadores son, como primera aproximación, bastante aceptables. Sin embargo, un análisis de sensibilidad demuestra una gran dependencia de los indicadores económicos a los ingresos por matrícula, lo que significa que la variable demanda es crucial para determinar si el proyecto es financieramente factible.

Para determinar con mayor precisión la variabilidad de los resultados, se construyeron dos escenarios adicionales al escenario base, suponiendo una variación de +20% (optimista) y -20% (pesimista) en el número de estudiantes inscritos. Los resultados obtenidos son (anexo 1):

Cuadro N° 2

Escenario	Valor Presente Neto	Tasa Interna de Retorno
<i>Pesimista</i>	\$ 1.502.931	7%
<i>Conservador</i>	\$ 568.884	26,2%
<i>Pesimista</i>	\$ -381.287	42%

Estos resultados muestran una alta volatilidad de las tasas de retorno que se traducen en un alto grado de incertidumbre, ya que el programa podría tener VPN negativo si se diese el escenario pesimista. Con esta premisa y teniendo en cuenta el alto potencial de la demanda que se obtiene en el estudio de mercado, las condiciones para un análisis de opciones reales están dadas.

De esta manera, un análisis posterior reveló la posibilidad de ampliar la oferta de cursos al final del tercer año, incrementando los ingresos sustancialmente con una inversión relativamente modesta en equipos, es decir, existe la posibilidad de una opción de expansión. Además, este tipo de opciones puede repetirse a lo largo de la vida del programa, sin considerar otras opciones como diferir o abandonar total o parcialmente el programa. Esto implica que el estudio puede ser mejorado si se considera la evaluación de estas opciones reales.

En este caso, vamos a evaluar la opción de expansión bajo la hipótesis de que una inversión adicional de \$400.000 en el tercer año incrementaría 20% el flujo de caja neto en los dos siguientes años (anexo 1). La opción de expansión es una opción de compra que puede ser evaluada por el modelo Black-Scholes. Sin embargo, dado que la opción es difícilmente replicable, se utilizará una versión de esta fórmula (Fernández, 2001) con tasa de descuento ajustada por riesgo.

En el anexo 2 se muestran los valores de las variables que determinan el precio de la opción: precio de ejercicio $K = \$400.000$, valor del activo subyacente $S = 408.046,25$, tasa de retorno esperada $\mu = 1,75\%$, volatilidad $\sigma = 25\%$, tiempo de expiración $t = 3$, tasa de descuento ajustada por riesgo 15 y tasa libre de riesgo 5%. Con estos valores se obtiene un valor para la opción de compra de \$75.367,39 sustancialmente inferior a la valoración neutral al riesgo de 97.434,14.

Adicionalmente, se presenta una tabla de sensibilidad del valor de la opción con distintas combinaciones de la tasa de retorno esperada μ y la tasa de descuento ajustada por riesgo r_k (anexo 2):

Cuadro N° 3

r_k / μ	2%	3%	4%	5%	6%
1,05	100980	109111	117490	126124	135021
1,07	95423	103106	111024	119183	127591
1,09	90266	97534	105024	112742	120695
1,11	85474	92357	99449	106757	114288
1,13	81015	87539	94261	101188	108326
1,15	76862	83051	89428	96000	102772

Dado que la volatilidad σ es una variable no observable y estimada de manera implícita que influye significativamente en el valor de la opción, se construyen tablas de sensibilidad $[\mu, r_k]$ para distintos valores de σ en el rango 15%-35% que muestran como el valor de la opción se incrementa en la medida que la volatilidad es mayor (anexos 3,4,5,6).

Los resultados del análisis de opciones reales, demuestran que el valor de la opción de expansión oscila en un rango entre \$59.043 y \$91.553 lo que incrementa el valor presente neto del proyecto entre 10% y 15% en el escenario conservador. Estos resultados confirman que se justifica la inversión en el proyecto con la opción de expansión.

5. Consideraciones finales

El análisis tradicional del Valor Presente Neto y la Tasa Interna de Retorno no es suficiente para evaluar proyectos cuyo flujo de caja es altamente dependiente de una demanda incierta, especialmente si requieren de fuertes inversiones en tecnología que puede ser desarrollada por etapas si existen condiciones de flexibilidad operativa.

Este es el caso de un Programa de Educación Virtual de la Universidad Metropolitana cuyo estudio de factibilidad, si bien demuestra una razonable rentabilidad en condiciones normales, también refleja la alta dependencia de los ingresos del programa a la demanda potencial que por su propia naturaleza es difícil de predecir.

Bajo estas premisas, la inclusión de opciones reales en el estudio de factibilidad permite un análisis más robusto de las verdaderas posibilidades de rentabilidad del proyecto. En ese caso, se analiza la posibilidad de una opción de expansión del programa después del tercer año, lo que mejora sustancialmente las perspectivas del mismo.

Finalmente, dado que la opción de expansión es una opción de compra no replicable se utiliza una versión del modelo de Black .Scholes con una tasa de descuento ajustada por riesgo, obteniendo un valor de la opción de expansión, significativamente inferior a la valoración tradicional neutral al riesgo.

6. Bibliografía

AMRAM, M., HOWE, K. M. y FRIGO, M. L. (2003): "Real-Options Valuations: Taking Out the Rocket Science". Strategic Finance, Vol. 84 i8, p10-12

AMRAM M. y KULATILAKA N. (1999): Real Options, Harvard Business School Press

ARNOLD T. y CRACK T. (2003): "Option Pricing in the Real World: A Generalized Binomial Model with Applications to Real Options". 7th Annual Real Options Conference, Washington

BLACK F. y SCHOLES M. (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, Vol.81 p.637-659

BORISON A. (2003): "Real Options Analysis: Where are the Emperor's Clothes?". 7th Annual Real Options Conference, Washington

COPELAND, T. y ANTIKAROV V.(2001): Real Options, Texere , NewYork

COPELAND, T. y HOWE, K .M. (2002): "Real Options and Strategic Decisions". Strategic Finance, Vol. 83 i10, p.8-10

COX J., ROSS S. y RUBINSTEIN M. (1979):"Option Pricing: A Simplified Approach", Journal of Financial Economics, Vol. 7 p.229-263

DAMODARAN A. (2001): "The Promise and Peril of Real Options". Stern School of Business, New York

DIEZ DE CASTRO y L. MASCAREÑAS J. (1994): "Ingeniería Financiera" McGrawHill

DIXIT A.K. & PINDYCK R.S. (1995): "The Options Approach to Capital Investment" Harvard Business Review may-june

ESPITIA M. y PASTOR G. (2003): "Las Opciones Reales y su Influencia en la Valoración de Empresas", Universidad de Zaragoza

FERNÁNDEZ P. (2001): "Valuing real options: frequently made errors". IESE Business School, Universidad de Navarra

GALINDO A. (2004): "Valoración de Empresas en la nueva Economía" Universidad de Cádiz www.uemed.net

HERATH H. y . PARK C. (2001): "Real Options Valuation and its Relationship to Bayesian Decision-Making Methods". Engineering Economist, v46 i1 p1-33

HULL J.C. (1998): "Options, Futures and other Derivatives" Prentice Hall 4a Ed.

INGERSOLL J.E. y ROSS S.A. (1992): "Waiting to Invest: Investment and Uncertainty", Journal of Business, vol.65, n°1

KOGUT B. y KULATILAKA N.(2004): "Real Options Pricing and Organization: The Contingent Risk of Extended Theoretical Domains" Academic of Management Review Vol. 29 n°1 p.102-110

LAMOTHE P. y LÓPEZ F. (2003): "Tendencias en la Valoración de Empresas: DCF vs. Opciones Reales". Simposio sobre Valoración y Análisis de Pymes, Universidad de Almería

LÓPEZ L., F. J. (2003): "Opciones Reales y Decisiones Estratégicas". Revista Empresa, N° 4, Abril-Junio

LUEHRMAN T.A. (1998a): "Investments Opportunities as Real Options" Harvard Business Review july-august

LUEHRMAN T.A. (1998b): "Strategy as a Portfolio of Real Options" Harvard Business Review september-october

MASCAREÑAS J. (2001): "Metodología de la Valoración de Empresas de Internet". Universidad Complutense de Madrid

MILLER, L.T. y PARK, C.S. (2002): "Decision Making under Uncertainty- Real Options to the Rescue?". Engineering Economist, v47 i2 p105-150

MORENO P. y DA SILVA M. O. (2000): "Factibilidad de la Enseñanza Virtual en la Universidad Metropolitana" Tesis de Maestría en Gerencia de Empresas, Universidad Metropolitana

PARK C. y HERATH H. (2000): "Exploiting Uncertainty – Investment Opportunities as Real Options: A New of Thinking in Engineering Economics, v45 i1 p1 -36

RIOS J. y ROJO A. (2004): "Valor de la Empresa: Variables Estratégicas y Opciones Reales' Anales de la Universidad Metropolitana, Vol. 4, N°1

ROJO RAMIREZ A .A. (2001a): "La valoración de empresas: caso Titansa"
www.lacve.org

ROJO A. Y GARCÍA D. (2003): "Valoración de Pequeñas y medianas Empresas". Universidad Almería

ROJO J. y ALONSO A. B. (2003): "Ajuste del Valor de Empresas de componente tecnológico mediante Opciones Reales". Universidad Rey Juan Carlos

SMITH J. y NAU R. (1995): 'Valuing Risky Projects. Option Pricing Theory and Decision Analysis' Management Science, Vol. 41 N° 5

TRIGEORGIS L. (1996): " Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, MIT Press

Anexo 1

Opción de Expansión: Variables

Escenario	Valor Presente Neto	Tasa Interna de Retorno
<i>Pesimista</i>	\$ 1.502.931	7%
<i>Conservador</i>	\$ 568.884	26,2%
<i>Pesimista</i>	\$ -381.287	42%

Programa Educación Virtual

año	FCN(\$)	Opcion Ampliar
0	-603705	0
1	-894626	0
2	-382148	0
3	432818	-400000
4	1564712	312942,4
5	2304215	460843
VAN(15%)	654.216,67	145.039,76
TIR	26,2%	53,4%

Escenario	TIR
<i>Pesimista</i>	7%
<i>Conservador</i>	26%
<i>Optimista</i>	42%
media	25%
desviación	17,5%

Opción de Expansión

S	408046,25
X	400000
σ	17,5%
t	3

Anexo 2

Opción de Expansión Tabla de Sensibilidad 1

Valor de las Opciones

Método de Black-Scholes

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot N(d2) \cdot \exp(-rt) \quad d1 = (\ln(S/X) + s^2 \cdot t/2) / s \cdot \sqrt{t}$$

$$P = C + X \cdot \exp(-r \cdot t) - S \quad d2 = d1 - s \cdot \sqrt{t}$$

S	X	s	T	r
408.046,25	400.000,0	17,50%	3	5,0%

d1	0,712131803	N(d1)	0,761808
d2	0,409022912	N(d2)	0,658739

opción de compra

C	84.060,45
---	-----------

opción de venta europea

P	20297,39
---	----------

BS - Fernandez

μ	3,47%	rk	15%
y1	0,712131803	N(y1)	0,761808
y2	0,40902291	N(y2)	0,658739

Call	62273,51
------	----------

rk / μ	2%	3,5%	4,5%	5,5%	6,5%
5%	74873,35	84060,45	93527,34	103282,5	113334,8
7%	70513,07	79165,15	88080,73	97267,82	106734,7
9%	66406,71	74554,93	82951,31	91603,39	100519
11%	62539,48	70213,19	78120,6	86268,82	94665,2
13%	58897,47	66124,29	73571,21	81244,92	89152,32
15%	55467,54	62273,51	69286,75	76513,58	83960,5

Anexo 3

Opción de Expansión Tabla de Sensibilidad 2

Valor de las Opciones

Método de Black-Scholes

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot N(d2) \cdot \exp(-rt) \quad d1 = (\ln(S/X) + s^2 \cdot t/2) / s \cdot \sqrt{t}$$

$$P = C + X \cdot \exp(-r \cdot t) - S \quad d2 = d1 - s \cdot \sqrt{t}$$

S	X	s	T	r
408.046,25	400.000,0	20,00%	3	5,0%

d1	0,663710269	N(d1)	0,746562
d2	0,317300107	N(d2)	0,624492

opción de compra

C	89.629,76
----------	------------------

opción de venta europea

P	25866,70
----------	-----------------

BS - Fernandez

μ	3,00%	rk	15%
y1	0,663710269	N(y1)	0,746562
y2	0,31730011	N(y2)	0,624492

Call	66399,36
-------------	-----------------

rk / μ	2%	3,0%	4,0%	5,0%	6,0%
5%	80626,52	89629,8	98907,18	108467,1	118318,2
7%	75931,2	84410,13	93147,27	102150,5	111427,9
9%	71509,31	79494,46	87722,8	96201,72	104938,9
11%	67344,93	74865,07	82614,22	90599,37	98827,71
13%	63423,07	70505,26	77803,14	85323,27	93072,43
15%	59729,6	66399,36	73272,24	80354,43	87652,31

Anexo 4

Opción de Expansión Tabla de Sensibilidad 3

Valor de las Opciones

Método de Black-Scholes

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot N(d2) \cdot \exp(-rt) \quad d1 = (\ln(S/X) + s^2 \cdot t/2) / s \cdot \sqrt{t}$$

$$P = C + X \cdot \exp(-r \cdot t) - S \quad d2 = d1 - s \cdot \sqrt{t}$$

S	X	s	T	r
408.046,25	400.000,0	25,00%	3	5,0%

d1	0,608910501	N(d1)	0,728708
d2	0,1758978	N(d2)	0,569813

opción de compra

C	101.169,62
---	------------

opción de venta europea

P	37406,56
---	----------

BS - Fernandez

μ	1,88%	r_k	15%
y1	0,608910501	N(y1)	0,728708
y2	0,17589780	N(y2)	0,569813

Call	74948,30
------	----------

r_k / μ	1%	1,9%	2,9%	3,9%	4,9%
5%	92381,7	101169,6	110225,2	119556,5	129172
7%	87001,81	95277,96	103806,2	112594,1	121649,6
9%	81935,22	89729,40	97760,96	106037,1	114565,3
11%	77163,68	84503,97	92067,8	99861,99	107893,5
13%	72670,02	79582,84	86706,19	94046,48	101610,3
15%	68438,05	74948,30	81656,82	88569,64	95692,99

Anexo 5

Opción de Expansión Tabla de Sensibilidad 4

Valor de las Opciones

Método de Black-Scholes

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot N(d2) \cdot \exp(-rt) \quad d1 = (\ln(S/X) + s^2 \cdot t/2) / s \cdot \sqrt{t}$$

$$P = C + X \cdot \exp(-r \cdot t) - S \quad d2 = d1 - s \cdot \sqrt{t}$$

S	X	s	T	r
408.046,25	400.000,0	30,00%	3	5,0%

d1	0,58681108	N(d1)	0,721335
d2	0,06719584	N(d2)	0,526787

opción de compra

C	112.974,0
----------	------------------

opción de venta europea

P	49210,92
----------	-----------------

BS - Fernandez

μ	0,50%	rk	15%
y1	0,58681108	N(y1)	0,721335
y2	0,06719584	N(y2)	0,526787

Call	83693,18
-------------	-----------------

rk / μ	-1%	0,5%	1,5%	2,5%	3,5%
5%	104275	112974,0	121937,9	131174,8	140693
7%	98202,48	106394,89	114836,8	123535,8	132499,7
9%	92483,61	100198,93	108149,2	116341,6	124783,5
11%	87097,78	94363,80	101851,1	109566,4	117516,7
13%	82025,6	88868,48	95919,75	103185,8	110673,1
15%	77248,8	83693,18	90333,82	97176,7	104228

Anexo 6

Opción de Expansión Tabla de Sensibilidad 5

Valor de las Opciones

Método de Black-Scholes

$$C = S \cdot N(d1) - X \cdot N(d2) \cdot \exp(-rt) \quad d1 = (\ln(S/X) + s^2 \cdot t/2) / s \cdot \sqrt{t}$$

$$P = C + X \cdot \exp(-r \cdot t) - S \quad d2 = d1 - s \cdot \sqrt{t}$$

S	X	s	T	r
408.046,25	400.000,0	35,00%	3	5,0%

d1	0,58339757	N(d1)	0,720187
d2	-0,022820212	N(d2)	0,490897

opción de compra

C	124.862,1
----------	------------------

opción de venta europea

P	61099,08
----------	-----------------

BS - Fernandez

μ	-1,13%	rk	15%
y1	0,58339757	N(y1)	0,720187
y2	-0,02282021	N(y2)	0,490897

Call	92500,15
-------------	-----------------

rk / μ	-2%	-1,1%	-0,1%	0,9%	1,9%
5%	116177	124862,1	133811,8	143034	152537,1
7%	109411,4	117590,7	126019,2	134704,4	143654
9%	103039,7	110742,8	118680,4	126859,8	135288,3
11%	97039,17	104293,6	111769	119472,1	127409,7
13%	91388,05	98220,04	105260,1	112514,5	119989,9
15%	86066,02	92500,15	99130,22	105962,2	113002,3